ÁLGEBRA

Algunas relaciones entre el dual traspuesto de un módulo sobre Λ y sobre un cociente $\Lambda/\mathfrak{A}$ de Λ

Sandra Michelena
Instituto de Matemática, Universidad Nacional del Sur.
Av. Alem 1253, (8000) Bahia Blanca, Argentina.
michele@criba.edu.ar

Sea Λ un álgebra de artin. Denotamos por $\operatorname{mod}\Lambda$ la categoría de Λ - módulos a izquierda finitamente generados, por $\mathrm{D}(-)$ la dualidad usual de $\operatorname{mod}\Lambda \longrightarrow \operatorname{mod}\Lambda^{op}$, por $\mathrm{Tr}_\Lambda(-) : \operatorname{mod}\Lambda \longrightarrow \operatorname{mod}\Lambda^{op}$ el funtor traspuesta y por $\tau_\Lambda(-)$ la composición $\mathrm{D}\,\mathrm{Tr}_\Lambda(-)$. Para todo Λ - módulo indescomponible no proyectivo C existe una sucesión exacta de la forma $0 \to \tau_\Lambda C \longrightarrow X \longrightarrow C \to 0$ que es un invariante de C y que se conoce como la *sucesión de Auslander-Reiten terminando en C.*

Sea $\mathfrak{A}$ un ideal bilátero de Λ y M un $\Lambda/\mathfrak{A}$ - módulo indescomponible no proyectivo. Entonces M es también un Λ - módulo indescomponible no proyectivo y es posible entonces considerar las sucesiones de Auslander-Reiten terminando en M en $\operatorname{mod}\Lambda$ y $\operatorname{mod}\Lambda/\mathfrak{A}$. En [AR] §4, M. Auslander e I. Reiten estudian relaciones entre ambas sucesiones, prueban por ejemplo que $\tau_{\Lambda/\mathfrak{A}}M$ se sumerge en $\tau_\Lambda M$ y que en ciertas condiciones la sucesión de Auslander-Reiten terminando en M en $\operatorname{mod}\Lambda/\mathfrak{A}$ puede construirse a partir de la sucesión de Auslander-Reiten terminando en M en $\operatorname{mod}\Lambda$.

En este trabajo continuamos con el estudio de las relaciones entre $\tau_\Lambda M$ y $\tau_{\Lambda/\mathfrak{A}}M$. Probamos en particular que los resultados de [AR] tienen la siguiente consecuencia importante en caso que $\mathfrak{A}$ es un ideal idempotente. Para todo $\Lambda/\mathfrak{A}$ - módulo indescomponible no proyectivo M, $\tau_{\Lambda/\mathfrak{A}}M \simeq \mathrm{Hom}_\Lambda(\Lambda/\mathfrak{A}, \tau_\Lambda M)$, es decir, $\tau_{\Lambda/\mathfrak{A}}M$ es el anulador de $\tau_\Lambda M$ en $\mathfrak{A}$. Esta es una herramienta importante para demostrar el siguiente teorema.

Teorema. *Sea $\Lambda = \begin{pmatrix} R & 0 \\ {}_BX_R & B \end{pmatrix}$ con R, B álgebras de artin arbitrarias y sea M un B - modulo indescomponible no proyectivo. Entonces $\tau_\Lambda M = \tau_B M$ si y sólo si* $\mathrm{Hom}_B(X, \tau_B M) = 0$.

Probamos además que en el caso de las álgebras Nakayama para ciertos pares $(\mathfrak{A}, M)$ todos los módulos C de la $\tau_{\Lambda/\mathfrak{A}}$ - órbita de M satisfacen que $\tau_{\Lambda/\mathfrak{A}}C = \tau_\Lambda C$.

REFERENCIAS

[AR] M. Auslander, I. Reiten, *Representation theory of artin algebras*, Comm. in Alg., Vol. 5, No. 5, (1977).

Quasitriangular Hopf algebras of dimension pq.

Sonia Natale
FAMAF, Universidad Nacional de Córdoba.
Medina Allende y Haya de la Torre.
(5000) Córdoba, Argentina.
natale@mate.uncor.edu

(Aceptado para su publicacin en Bulletin of the London Math. Soc.)
Let p and q be odd prime numbers. We show that all quasitriangular Hopf algebras of dimension pq over an algebraically closed field k of characteristic zero are semisimple and therefore isomorphic to a group algebra.

Configurations of trivial extensions of Cartan class $\mathbf{A}_n$ and $\mathbf{D}_n$.

Octavio Mendoza Hernández – María Inés Platzeck.
Departamento de Matemática, Universidad Nacional del Sur
(8000) Bahía Blanca, Argentina.
omendoza@criba.edu.ar - impiovan@criba.edu.ar

The algebras considered are finite dimensional algebras over an algebraically closed field k. Let Δ be a Dynkin quiver, Λ a trivial extension of Cartan type Δ, and $\pi : \mathbf{Z}\Delta \to {}_S\Gamma_\Lambda$ the universal covering of the stable Auslander-Reiten quiver ${}_S\Gamma_\Lambda$ of Λ.

It is well known that ${}_S\Gamma_\Lambda = \mathbf{Z}\Delta/G$, where G is the subgroup of $Aut(\mathbf{Z}\Delta)$, consisting of the automorphisms of $\mathbf{Z}\Delta$ commuting with π. Having this information, to obtain the Auslander-Reiten quiver of Λ we need to determine which subset of vertices in $\mathbf{Z}\Delta$ corresponds to the radicals of the indecomposable projective Λ modules. This subset is called the configuration of $\mathbf{Z}\Delta$ associated to Λ. Configurations of $\mathbf{Z}\Delta$ were defined and studied by Chr. Riedtmann in the more general case of selfinjective algebras of Cartan type Δ (see [1],[2] and [3]).

We give an algorithm to determine the configurations of trivial extensions of Cartan type Δ, for $\Delta = \mathbf{A}_n$ and $\Delta = \mathbf{D}_n$.

References:

[1] Chr. Riedtmann, "Representation-finite selfinjective algebras of class A_n". LNM 832 (1980) 449-520.

[2] O. Bretscher, Chr. Laser, Chr. Riedtmann, "Selfinjective and simply connected algebras". Manuscripta Math. 36 (1981) 253-307.

[3] Chr. Riedtmann, "Configurations of $\mathbf{Z}(D_n)$". Journal of Algebra 82 Num.2 (1983) 309-327.

Aplicaciones de los cálculos de los grupos de cohomología de Hochschild de álgebras de incidencia

María Andrea Gatica - María Julia Redondo

INMABB, Universidad Nacional del Sur

(8000) Bahía Blanca, Argentina.

agatica@criba.edu.ar - mredondo@criba.edu.ar

Sea $(P, \leq)$ un conjunto finito parcialmente ordenado, $P = \{1, \dots, n\}$. A P le asociamos su *álgebra de incidencia* $I(P)$, donde $I(P)$ es por definición la subálgebra de $M_n(k)$ sobre un cuerpo k con elementos $(a_{ij}) \in M_n(k)$ tales que $a_{ij} = 0$ si $i \not\leq j$. Si k es un cuerpo algebraicamente cerrado entonces cualquier álgebra de incidencia puede verse como el álgebra de caminos de un carcaj con relaciones.

En [GR1] y [GR2] se calcularon los grupos de cohomología de Hochschild de álgebras de incidencia A^j_{qn+s}, $n \geq 3$, $0 \leq s, j \leq n-1$ cuyos conjuntos parcialmente ordenados asociados están dados por:

$$P^j_{qn+s} = [qn+s] \times [n-1] \cup \{(qn+s+1, p) : 1 \leq p \leq j\}$$

donde $[m] = \{0, \dots, m\}$, $(l,t) < (l+1,t)$, $(l,t) < (l+1, t+1)$ y $(l,n) = (l,0)$.

Nuestro propósito aquí es dar dos aplicaciones de los cálculos de los grupos de cohomología de Hochschild de estas álgebras de incidencia. En la primera aplicación utilizaremos el primer grupo de cohomología de Hochschild de las álgebras de incidencia A^j_{qn+s} y su relación con el grupo fundamental algebraico [AP] para clasificar cuáles de ellas son simplemente conexas. En la segunda aplicación usaremos la relación entre la noción de rigidez de álgebras y los grupos de cohomología de Hochschild $H^2(A^j_{qn+s})$ y $H^3(A^j_{qn+s})$ [G] para determinar cuáles de las álgebras de incidencia A^j_{qn+s} son rígidas.

Referencias

[AP] I. Assem and J. A. de la Peña, *The fundamental groups of a triangular algebra*, Comm. in Algebra 24 No 1 (1996), 187-208.

[GR1] M.Andrea Gatica and M.Julia Redondo, *Hochschild cohomology and fundamental groups of incidence algebras.* Aceptado en Communications in Algebra.

[GR2] M.Andrea Gatica and M.Julia Redondo, *Hochschild cohomology of incidence algebras as one-point extensions.* Enviado a Linear Algebra and its Applications.

[G] M. Gerstenhaber, *On the deformation of rings and algebras*, Annals of Mathematics 79 (1964), 59-103.