

# Conferencias

## **Sobre la teoría de Lie para estructuras geométricas sobre algebroides y grupoides**

Alejandro Cabrera · IMPA, Brasil

Introduciremos, primeramente, las nociones de algebroides y grupoides de Lie, mencionando su relación con la mecánica geométrica y con otras áreas de la física-matemática.

Presentaremos, luego, varios de los resultados que obtuvimos (junto con H. Bursztyn) en los que se caracterizan estructuras geométricas “multiplicativas” en grupoides de Lie en términos de sus contrapartidas infinitesimales en los respectivos algebroides de Lie. Estas estructuras fueron extensamente estudiadas en casos particulares e incluyen: formas diferenciales (e. g.: simplécticas), multivectores (e. g.: bivectores de Poisson–Lie) y, las recientemente introducidas, representaciones up-to-homotopy (VB-algebroides y VB-grupoides). Nuestro enfoque permite estudiar estas estructuras de manera general y caracterizar sus propiedades de manera más sistemática (e. g.: cuándo una forma es cerrada, cuándo un bivector satisface la propiedad de Jacobi) en términos de los datos infinitesimales.

Finalmente, resaltaremos un hecho curioso e interesante: la “supergeometría” permite reformular estos problemas de una manera más intuitiva a partir de la cual es posible “adivinar” los enunciados de los teoremas precedentes y, más aún, da ideas para las respectivas demostraciones.

## **Teoría geométrica de las ecuaciones diferenciales de Abel de primer y segundo orden**

José F. Cariñena · Departamento de Física Teórica, Universidad de Zaragoza, España

Se utilizará una reciente generalización de la teoría de los sistemas de Lie para estudiar desde un punto de vista geométrico las ecuaciones diferenciales de Abel de primer y segundo orden. Dicho estudio está basado en la teoría de los sistemas de quasi-Lie que nos permite caracterizar algunos ejemplos particulares de ecuaciones de Abel integrables. También se analizarán ecuaciones de Abel de orden superior y en particular las de segundo orden y la existencia de formulaciones lagrangianas alternativas con una forma peculiar de dichas funciones lagrangianas. El estudio está llevado a cabo mediante la determinación de polinomios de Darboux y multiplicadores de Jacobi.

### REFERENCIAS

- [1] J.F. Cariñena, P. Guha and M.F. Rañada, *A geometric approach to higher-order Riccati chain: Darboux polynomials and constants of the motion*, In: *Workshop on Higher symmetries in Physics*, Journal of Physics: Conference Series **175**, 012009 (2009).
- [2] J.F. Cariñena, P. Guha and M.F. Rañada, *Higher-order Abel equations: Lagrangian formalism, first integrals and Darboux polynomials*, Nonlinearity **22**, 2953–2969 (2009).
- [3] J.F. Cariñena, J. de Lucas and M.F. Rañada, *A Geometric approach to integrability of Abel differential equations*, Int. J. Theor. Phys. **50**, (2011). DOI: 10.1007/s10773-010-0624-7.
- [4] J.F. Cariñena, M.F. Rañada and M. Santander, *Lagrangian formalism for nonlinear second-order Riccati systems: one-dimensional integrability and two-dimensional superintegrability*, J. Math. Phys. **46**, 062703 (2005).
- [5] F. Schwarz, *Algorithmic solution of Abel’s equation*, Computing **61**, 39–46 (1998).

- [6] A.V. Yurov, V.A. Yurov, *Friedman versus Abel equations: A connection unraveled*, J. Math. Phys. **51**, 082503 (2010).
- [7] A.A. Zheltukhin and M. Trzetrzelewski,  *$U(1)$ -invariant membranes: The geometric formulation, Abel, and pendulum differential equations*, J. Math. Phys. **51**, 062303 (2010).

### **Simulación clásica de sistemas cuánticos**

Rodrigo Iglesias · Universidad Nacional del Sur

¿Es posible simular eficientemente todo sistema físico con nuestra PC (y un stock ilimitado de discos)? En los años '80 R. Feynman postuló que para simular un sistema cuántico de  $n$  partículas son necesarias cantidades exponenciales en  $n$  de tiempo o memoria, y propuso remediar esto dotando a la computadora clásica de componentes que explotaran leyes propias de la cuántica como la superposición y la cancelación de signos. Así surgió la idea abstracta de una computadora cuántica. En los '90 P. Shor dio evidencia del poder extra de este modelo de computación mostrando que para contradecir a Feynman uno debería al menos saber factorizar cualquier número  $N$  en tiempo polinomial en  $\log(N)$ , algo imposible hasta hoy a pesar de mucho esfuerzo.

Más allá de las evidencias, la conjetura de Feynman de que la cuántica es imposible de ser simulada en espacio-tiempo de tamaño polinomial permanece como uno de los misterios principales de la computación teórica. Daremos un panorama del estado actual del problema, viendo qué clases de sistemas han resultado ser eficientemente simulables y qué otros signos de evidencia hay en favor de la imposibilidad general.

### **El flujo de Ricci y sus solitones**

Jorge Lauret · FAMAF, Universidad Nacional de Córdoba

Luego de una introducción general a la ecuación de evolución para métricas riemannianas llamada flujo de Ricci y a sus soluciones auto-similares (o solitones de Ricci), se dará un recuento de algunos resultados de estructura y clasificación obtenidos en el caso de métricas invariantes a izquierda en grupos de Lie. En este caso, el flujo de Ricci es equivalente a un ODE en la variedad de álgebras de Lie, y los solitones resultan bajo ciertas condiciones puntos críticos de funcionales que son naturales tanto desde un punto de vista riemanniano como de teoría geométrica de invariantes (aplicaciones momento).

### **Subvariedades lagrangianas y mecánica lagrangiana discreta y continua**

David Martín de Diego · Instituto de Ciencias Matemáticas, España

En esta conferencia usaremos resultados bien conocidos sobre subvariedades lagrangianas en geometría simpléctica, mostrando su aplicación en la descripción geométrica del cálculo variacional con ligaduras. Estas técnicas son también útiles para el caso de la mecánica discreta y como consecuencia, para el diseño de métodos numéricos geométricos.

### **Teoría de Morse discreta, espacios finitos y aplicaciones**

Gabriel Minian · FCEyN, Universidad de Buenos Aires

En la primera parte de la charla expondré los resultados e ideas más importantes de la teoría de Morse discreta. Esta teoría fue introducida por R. Forman a fines de los años 90 y es una variante de la teoría de Morse clásica, aplicable en el contexto de los poliedros. En la segunda parte de la charla mostraré algunos resultados que he obtenido recientemente sobre una variante de la teoría de Morse para espacios topológicos finitos. Veremos cómo estos nuevos resultados permiten estudiar la topología de variedades (diferenciables/topológicas/homológicas) desde un punto de vista novedoso.

### **Reducción gauge singular de fibrados cotangentes**

Miguel Rodríguez-Olmos · Universidad Politécnica de Cataluña, España

Ofreceremos una introducción a los diferentes métodos de reducción simpléctica y de Poisson para fibrados cotangentes equipados con una acción regular por levantamientos canónicos de un grupo de Lie. El conjunto de estos resultados se conoce como “Gauge Picture” en mecánica geométrica. Después, presentaremos el programa análogo de reducción de fibrados cotangentes en el caso en el que la acción original presenta singularidades y mostraremos cómo obtener un formalismo similar a la “Gauge Picture” en este caso singular, usando la teoría de fibrados estratificados. Este es un trabajo en colaboración con M. Perlmutter y T. S. Ratiu.

### **Caminos sobre gráficos y grupoides cuánticos asociados**

Roberto Trincherro · Instituto Balseiro, Universidad Nacional de Cuyo

Es conocido que asociado a cualquier teoría de campos conforme racional en dos dimensiones de tipo  $SU(2)$  hay un gráfico ADE y un álgebra de Hopf débil que describe sus simetrías cuánticas. Dicha álgebra fue introducida por Ocneanu y denominada álgebra de dobles triángulos. En este trabajo mostramos que dado cualquier gráfico simple biorientable existe un álgebra de Hopf débil asociada construida en el espacio de endomorfismos graduados de caminos esenciales sobre el gráfico. Esta construcción está basada en una descomposición del espacio de caminos en suma directa de subespacios ortogonales, uno de los cuales es el de caminos esenciales. Dos ejemplos simples son considerados en detalle, el gráfico ADE  $A_3$  y el gráfico afín  $A_{[2]}$ . Para el primer ejemplo la estrella álgebra de Hopf débil correspondiente coincide con el álgebra de dobles triángulos. No se utiliza el cálculo de celdas de Ocneanu.

# Comunicaciones de Álgebra

## Una generalización de las álgebras extensión por relaciones

I. Assem · Université de Sherbrooke, Québec, Canada

M. A. Gatica · Universidad Nacional del Sur

R. Schiffler · University of Connecticut, USA

Dada un álgebra  $A$  de dimensión global menor o igual que dos, I. Assem, T. Brüstle y R. Schiffler definen su extensión por relación como la extensión trivial  $A \times \text{Ext}_A^2(DA, A)$  donde  $D = \text{Hom}_k(-, k)$  es la dualidad estándar entre las categorías  $\text{mod}A$  y  $\text{mod}A^{\text{op}}$ .

En esta comunicación se generalizará este concepto para álgebras de dimensión global finita y se describirá el carcaj con relaciones de esta nueva familia de álgebras en el caso en que el álgebra de partida sea un álgebra de cuerdas.

### REFERENCIAS

- [1] I. Assem, T. Brüstle and R. Schiffler, Cluster-tilted algebras as trivial extensions, *Bull. Lond. Math. Soc.* 40 (2008), no. 1, 151–162.
- [2] I. Assem, M. A. Gatica and R. Schiffler, Higher relation extensions, preprint.

## Una caracterización de álgebras inclinadas y de álgebras inclinadas de conglomerado de tipo $\tilde{E}_6$

Natalia Bordino · Universidad Nacional de Mar del Plata

*Trabajo conjunto con Elsa Fernández y Sonia Trepode.*

Sobre la clasificación de las álgebras inclinadas de conglomerado de tipo Dynkin dada en [BFT], definimos operaciones admisibles que nos permiten agrandar el quiver de estas álgebras. Las álgebras obtenidas por estos “agrandamientos” resultan ser álgebras inclinadas de conglomerado de tipo  $\mathcal{H}$ , donde  $\mathcal{H}$  es una categoría abeliana hereditaria.

En particular, se obtiene que los agrandamientos de álgebras inclinadas de conglomerado de tipo Dynkin  $E_6$  resultan ser álgebras inclinadas de conglomerado de tipo  $Q$ , describiendo en cada caso el tipo  $Q$  correspondiente.

De esta manera por medio de estos agrandamientos y a partir de [BMRRT], [HR] y [BT], es posible dar una caracterización, por quivers con relaciones, de las álgebras inclinadas y álgebras inclinadas de conglomerado de tipo  $\tilde{E}_6$ .

### REFERENCIAS

- [BFT] N. Bordino, E. Fernández, S. Trepode. *From cluster-tilted algebras of type  $E_p$  to type  $\tilde{E}_p$* . En preparación.
- [BT] M. Barot, S. Trepode. *Cluster tilted algebras with cyclically oriented quiver*. arXiv:1002.4842.
- [BMRRT] A. Buan, R. Marsh, M. Reineke, I. Reiten, G. Todorov. *Tilting theory and cluster combinatorics*. *Adv. Math.* 204 (2006), no. 2, 572–618.
- [HR] D. Happel, C. Ringel. *Tilted algebras*. *Trans. Amer. Math. Soc.*, 274 (2), (1982), 399–443.

## Representaciones unitarias singulares para el grupo lineal general y la clasificación de Beilinson–Bernstein

Tim Bratten · Universidad Nacional del Centro

María Cristina Carreras de Dargoltz · Universidad Nacional de Sgo. del Estero

Son básicamente dos los métodos conocidos para construir representaciones irreducibles unitarias de un grupo de Lie reductivo real: inducción unitaria tradicional de un subgrupo parabólico real o inducción cohomológica de una subálgebra parabólica  $\theta$ -estable del álgebra de Lie compleja asociada. En el caso que el módulo para inducir tiene dimensión finita (o más generalmente puede realizarse “en la fibra”) y el carácter infinitesimal es regular, entonces no es difícil ubicar la representación unitaria construida, adentro la clasificación de representaciones admisibles irreducibles dada por A. Beilinson y J. Bernstein. Por ejemplo, M.C. Carreras de Dargoltz, en su tesis de maestría, hizo explícita esta relación para la clasificación de representaciones unitarias irreducibles del grupo lineal general de D. Vogan. Sin embargo, en el caso de un carácter infinitesimal singular, es más difícil entender cómo encontrar la representación unitaria inducida, adentro la clasificación de Beilinson–Bernstein. En esta comunicación mostraremos cómo resolver este problema para las representaciones unitarias singulares de la clasificación de Vogan.

### REFERENCIAS

- [1] Carreras de Dargoltz, M.C.: *El dual unitario de  $GL(n, \mathbb{C})$  y la clasificación de Beilinson–Bernstein*, Tesis de Maestría, U.N.C., 2009.
- [2] Miličić, D.: *Algebraic  $D$ -modules and representation theory of semisimple Lie groups*, en el libro: *Analytic Cohomology and Penrose Transform*, Contemporary Mathematics, Vol. 154 (1993), 133–168.
- [3] Vogan, D.: *The unitary dual of  $GL(n)$  over an Archimedean field*, Invent. Math. 83 (1986), 449–505.

## Categorías de conglomerado y álgebras inclinadas

Juan Ángel Cappa · Universidad Nacional del Sur

Sea  $H$  un álgebra hereditaria de dimensión finita sobre un cuerpo algebraicamente cerrado, y sea  $\mathcal{C}_H$  la categoría de conglomerado asociada.

En este trabajo hemos introducido un álgebra inclinada  $\Gamma$  que permite dar una descripción del dominio fundamental de  $\mathcal{C}_H$  y de sus objetos inclinantes en términos de la categoría de los  $\Gamma$ -módulos finitamente generados. El dominio fundamental se corresponde con la clase de los  $\Gamma$ -módulos de dimensión proyectiva menor o igual que 1, que es cerrada por predecesores, y los objetos inclinantes en  $\mathcal{C}_H$  se ven como  $\Gamma$ -módulos inclinantes. Utilizamos esta correspondencia para dar una descripción del carcaj de las álgebras inclinadas de conglomerado.

Esta comunicación está basada en un trabajo en preparación en colaboración con María Inés Platzcek e Idun Reiten.

### REFERENCIAS

- [1] Assem I, Brüstle T, Schiffler R, Todorov G; Cluster categories and duplicated algebras, J. Algebra 305 (2006), no. 1, 548–561.
- [2] Buan A, Marsh R, Reiten I; Cluster-tilted algebras, Trans. Amer. Math. Soc. 359 (2007), no. 1, 323–332.

## Sistemas estratificantes propios

O. Mendoza · Instituto de Matemáticas, Universidad Nacional Autónoma de México

M. I. Platzeck y M. Verdecchia · Universidad Nacional del Sur

Los módulos estándar sobre un álgebra de artin fueron definidos por C. Ringel en [R], en conexión con el estudio de las álgebras quasi-hereditarias, donde la categoría de módulos filtrados por ellos juega un rol esencial. Sea  $\text{mod } \Lambda$  la categoría de los  $\Lambda$ -módulos a izquierda finitamente generados. Notamos por  $\mathcal{F}$  la subcategoría de  $\text{mod } \Lambda$  formada por los  $\Lambda$ -módulos que tienen una filtración con factores isomorfos a los módulos estándar. El álgebra  $\Lambda$  se dice estándarmente estratificada si todos los  $\Lambda$ -módulos proyectivos están en  $\mathcal{F}$ .

Erdmann y Sáenz extendieron la noción de módulos estándar y definieron los sistemas estratificantes en [ES]. Probaron que, para un sistema estratificante  $\Theta$ , la categoría de los módulos filtrados por  $\Theta$  es equivalente a la categoría de los módulos filtrados por los módulos estándar sobre un álgebra estándarmente estratificada apropiada.

En contraste con la situación para las álgebras quasi-hereditarias, si  $\Lambda$  es un álgebra estándarmente estratificada no necesariamente  $\Lambda^{op}$  lo es también. Sin embargo, Dlab definió una nueva clase de módulos, los módulos propios estándar (ver [D]), con la propiedad de que  $\Lambda$  es un álgebra estándarmente estratificada si y sólo si  $\Lambda^{op}$  está filtrada por los módulos propios estándar.

En [MPV] definimos y estudiamos la noción de sistema estratificante propio, la cual es una generalización de los llamados módulos propios co-estándar al contexto de los sistemas estratificantes.

Uno de nuestros principales resultados establece que la categoría de módulos filtrados por un sistema estratificante propio es dual a la categoría de módulos filtrados por los módulos propios co-estándar sobre cierta álgebra estándarmente estratificada.

Se discutirán problemas sobre la existencia y construcción de los sistemas estratificantes propios.

## REFERENCIAS

- [D] V. Dlab, *Quasi-hereditary algebras revisited*, An. St. Univ. Ovidius Constanta 4 (1996) 43–54.  
 [ES] K. Erdmann y C. Sáenz. *On standardly algebras*, Comm. Algebra, Vol. 31, No. 7, 3429–3446. (2003).  
 [MPV] O. Mendoza, M. I. Platzeck, M. Verdecchia.  *$\mathcal{C}$ -filtered modules and proper stratifying systems*. Preprint 2010, arxiv:1010.4267v1.  
 [R] C.M. Ringel. *The category of modules with good filtrations over a quasi-hereditary algebra has almost split sequences*. Math. Z. 208 (1991) 209–233.

## Complejos de ancho fijo y su carcaj de Auslander–Reiten

Isabel Pratti · Universidad Nacional de Mar del Plata

*Trabajo conjunto con Claudia Chaio y María José Souto Salorio.*

Sea  $A$  una  $k$ -álgebra de dimensión finita sobre un cuerpo algebraicamente cerrado. Notaremos por  $\mathbf{C}_n(\text{proy } A)$  la subcategoría llena de la categoría de complejos  $\mathbf{C}(\text{mod } A)$ , cuyos objetos son los complejos  $X = (X^i, d_x^i)_{i \in \mathbb{Z}}$  tales que los  $X^i$  son  $A$ -módulos proyectivos finitamente generados y  $X^i = 0$  para  $i \notin 1, \dots, n$ . Estas categorías fueron estudiadas en [B] y [BSZ]. En dichos trabajos los autores demuestran que son categorías exactas, con suficientes proyectivos e inyectivos y de dimensión global finita. También prueban la existencia

de sucesiones que casi se parten. La importancia de estas categorías es que permiten obtener información sobre la categoría derivada acotada de módulos finitamente generados  $D^b(\text{mod}A)$ .

En este trabajo definimos el carcaj de Auslander–Reiten para  $C_n(\text{proy}A)$  y mostramos la forma de construirlo.

#### REFERENCIAS

- [1] R. Bautista. The category of morphisms between projectives modules. *Communications in Algebra* 32 (11), (2004), 4303–4331.
- [2] R. Bautista, M.J. Souto Salorio, R. Zuazu. Almost split sequences for complexes of fixed size. *J. Algebra* 287, (2005), 140–168.

# Comunicaciones de Análisis y Matemática Aplicada

## Sobre la traspuesta de derivaciones

M. J. Alejandro · CONICET y Universidad Nacional del Centro

Se consideran operadores acotados  $D : \mathfrak{U} \rightarrow \mathfrak{U}^*$ , donde  $\mathfrak{U}$  es un álgebra de Banach Arens regular y  $\mathfrak{U}^*$  es el espacio dual topológico de  $\mathfrak{U}$ . Discutimos condiciones bajo las cuales el operador adjunto  $D^* : \mathfrak{U}^{**} \rightarrow \mathfrak{U}^*$  es una derivación acotada. En particular, se analiza la situación en el caso de derivaciones acotadas que verifican  $\langle a, D(a) \rangle = 0$  toda vez que  $a \in \mathfrak{U}$ . Para antecedentes relacionados, véanse [1], [2].

### REFERENCIAS

- [1] Dales, H. G., Rodríguez-Palacios, A. & Velasco, M.: The second transpose of a derivation. *J. London Math. Soc.*, (2), 64 (2001), 707–721.
- [2] Barrenechea, A. L. & Peña, C. C.: On bounded dual-valued derivations on certain Banach algebras. *Publications de l'Institut Mathématique. Nouvelle série*, tome 86, 100, (2009), 107–114.

## Multiplicadores en álgebras de Banach. Revisión y algunos avances en el tema.

Ana Paula Madrid · CONICET y Universidad Nacional del Centro

El objeto de este trabajo es revisar, en líneas generales, la noción de multiplicadores en álgebras de Banach, señalando algunos avances de estudios en la materia.

La noción de multiplicador fue introducida en 1956 por S. Helgason, y ha probado ser de suma importancia para una mejor comprensión de la estructura de ciertos operadores en álgebras de Banach.

La estructura misma de las álgebras de subyacentes permite describir a la vez que condicionar, la clase de sus multiplicadores.

Por ejemplo, en el caso de las álgebras usuales  $\mathcal{U} = C_0(X)$  construidas sobre espacios de Hausdorff localmente compactos, el lema de Urysohn permite una descripción sencilla de todo multiplicador. Si  $\mathcal{U} = M(G)$ , donde  $G$  es un grupo localmente compacto y  $\mathcal{U}$  es el álgebra de medidas de variación finita, la descripción es más compleja y sumamente relevante, como sigue de los aportes de J. Wendel.

En el contexto de  $C^*$ -álgebras cabe señalar los aportes de L. Máté, etc.

Como indicamos, introduciremos la noción central de multiplicadores y, en un marco general, indicaremos la estructura de los multiplicadores en ciertas álgebras de operadores.

### REFERENCIAS

- [1] S. Helgason: Multipliers of Banach algebras, *Ann. of Math.*, 64, 240–254 (1956).
- [2] J. W. Wendel: Left centralizers and isomorphism of group algebras, *Pacif. J. Math.*, 2, 251–261 (1952).
- [3] J. W. Davenport: Results relating to multipliers and double centralizers of  $B^*$ -algebras and certain  $A^*$ -algebras. Ph.D. thesis, Texas Tech University (1974).
- [4] L. Máté: Embedding multiplier operators of a Banach algebra  $B$  into its second conjugate space  $B^{**}$ , *Bull. Acad. Polon. Sci. Sér. Sci. Math. Astronom. Phys.* 13, 809–812 (1965).

## Multiplicadores sobre conmutadores generados por operadores de transporte

Carlos C. Peña · Universidad Nacional del Centro

La noción de multiplicador sobre un álgebra de Banach ha sido introducida por H. Helgason en 1956 [1]. Desde entonces, ha sido probada su importancia para una mejor comprensión de la estructura tanto de los operadores como de las álgebras subyacentes.

En este trabajo es nuestro propósito determinar la forma precisa de los multiplicadores sobre los conmutadores generados por operadores de transporte (*unilateral-bilateral shift operators*), actuando estos sobre un espacio de Hilbert separable. Fijada una medida con soporte compacto  $\mu$  sobre el plano complejo, como consecuencia de los teoremas de Fuglede–Putnam es conocido que estos conmutadores en  $L^2(\mu)$  se identifican con el álgebra generada por operadores de multiplicación  $M_\phi : f \rightarrow \phi f$ , donde  $\phi \in L^\infty(\mu)$ . Precisamente, consideramos esta problemática en un contexto más general y observamos conexiones con la teoría de operadores de Laurent y de Toeplitz. La noción de multiplicadores o sus variantes la hemos abordado en [2], [3].

### REFERENCIAS

- [1] Helgason, S.: Multipliers of Banach algebras. *Ann. of Math.* (2) 64, 240–254, (1956).
- [2] Barrenechea, A. L. & Peña, C. C.: On the structure of derivations on certain nonamenable nuclear Banach algebras. *New York J. Math.*, 15, 199–209, (2009).
- [3] Madrid, A. P. & Peña, C. C.: On  $X$ -Hadamard and  $\mathcal{B}$ -derivations. *Gen. Math.*, 16, no. 3, 41–50, (2008).

# Comunicaciones de Geometría

## Variedades poliedrales no homogéneas

Nicolás Capitelli · FCEyN, Universidad de Buenos Aires

Las variedades poliedrales clásicas son objetos de naturaleza topológico-combinatoria. Estos objetos, estudiados desde principios del siglo 20, constituyen el análogo simplicial a las variedades topológicas y diferenciables y se utilizan para estudiar propiedades de las variedades diferenciables mediante métodos simpliciales.

En esta charla introduciremos la noción de NH-variedades: poliedros que localmente son uniones de espacios euclídeos de distintas dimensiones. Mostraremos varios ejemplos naturales de NH-variedades y veremos que comparten muchas de las propiedades características de las variedades poliedrales. Analizaremos también cómo el contexto no-homogéneo (más general) de las NH-variedades permite introducir nuevas herramientas para estudiar variedades topológicas y diferenciables clásicas.

La charla está pensada para un público matemático general.

### REFERENCIAS

- [1] A. Björner, M. L. Wachs. *Shellable nonpure complexes and posets I*. Trans. Amer. Math. Soc., 348, No. 4 (1996), 1299–1327.
- [2] N. A. Capitelli, E. G. Minian. *Non-homogeneous combinatorial manifolds*. Preprint (2011).
- [3] L. Glaser. *Geometrical combinatorial topology. Volume I*. Van Nostrand Reinhold Company (1970).
- [4] C. P. Rourke, B. J. Sanderson. *Introduction to piecewise linear topology*. Springer-Verlag (1972).

## La conjetura de asféricidad de Whitehead

Manuela A. Cerdeiro · FCEyN, Universidad de Buenos Aires

La conjetura de asféricidad de J.H.C. Whitehead es uno de los problemas abiertos más interesantes de la topología algebraica. Un espacio arcoconexo  $X$  se dice asférico si sus grupos de homotopía  $\pi_r X$  son triviales para todo  $r \geq 2$ . Para CW-complejos (o poliedros) de dimensión 2, esto es equivalente a que  $\pi_2 X$  sea trivial.

La conjetura de Whitehead, originalmente formulada como una pregunta en [5], afirma que todo subcomplejo conexo de un complejo asférico de dimensión 2 es también asférico. Este problema ha sido investigado por una gran cantidad de matemáticos, desde el punto de vista de la topología algebraica como también desde el de la teoría combinatoria de grupos. Desde su formulación se han conseguido algunos avances, entre los cuales destacamos el trabajo de J. Howie [4], quien reduce el problema a dos casos un tanto más puntuales, uno en el contexto de poliedros compactos y otro en el contexto de poliedros no compactos.

En esta charla mostraremos cómo se puede reformular la conjetura, para el caso compacto, en el contexto de los espacios topológicos finitos. Esto permite analizarla con un enfoque totalmente novedoso. Luego mostraremos la validez de la conjetura en algunos casos particulares. Usaremos para esto algunos de los métodos combinatorios desarrollados en [1] para el estudio de los espacios finitos. Estos resultados forman parte de un trabajo en preparación en colaboración con G. Minian [2].

## REFERENCIAS

- [1] J. A. Barmak, E. G. Minian, Simple homotopy types and finite spaces, *Advances in Mathematics* 218, Issue 1, (2008). 87–104.
- [2] M. A. Cerdeiro, E.G. Minian, A new approach to Whitehead's asphericity conjecture. Trabajo en preparación.
- [3] W. H. Cockroft, On two dimensional aspherical complexes, *Proceedings of the London Mathematical Society*. Third series, 4 (1954). 375–384.
- [4] J. Howie, Some remarks on a problem of J. H. C. Whitehead, *Topology* 22 (1983). 475–485.
- [5] J. H. C. Whitehead, On adding relations to homotopy groups, *Annals of Mathematics*. Second Series, 42 (1941). 409–428.

**Construcción de un modelo de geometría hiperbólica**

Eugenia Elizabeth Gallardo · Fac. de Cs. Exactas y Tecnología, Univ. Nacional de Tucumán

El objetivo de este trabajo es definir un modelo para la geometría hiperbólica, la primera geometría no euclídea que surgió históricamente.

En este trabajo se establece un modelo de plano hiperbólico, conocido como el *semiplano de Poincaré*, a partir de los números complejos.

Se definen y describen los elementos geométricos del plano hiperbólico tales como puntos, rectas, distancia, movimientos rígidos (isometrías directas e indirectas) y semejanzas.

La métrica usada es la distancia hiperbólica que se define a través del concepto de razón doble con valor real.

Se prueba que las transformaciones bilineales, o transformaciones de Möebius, son isometrías en el semiplano de Poincaré que tienen la propiedad de preservar la distancia hiperbólica entre puntos y los ángulos entre líneas.

## REFERENCIAS

- [1] Rafael Artzy. *Linear Geometry*. Capítulo I: Transformaciones en el Plano Euclídeo. Cuarta Edición. Estados Unidos de América - Canadá (1978).
- [2] E. R. Gentile. Grupos de transformaciones del plano vía los números complejos. *Revista de Educación Matemática* 1. Nro. 1, 13–40. Universidad Nacional de Córdoba (1982).
- [3] N. Bazán, P. Bazán, N. Carrizo, T. Orellano de Duobaitis y J. Vargas. Geometrías no euclidianas. *Revista de Educación Matemática* 1. Nro. 3, 37–45. Universidad Nacional de Córdoba (1982).
- [4] J. O. Boggino y R. J. Miatello. Geometría hiperbólica I - Movimientos rígidos y rectas hiperbólicas. *Revista de Educación Matemática* 3. Nro. 1, 33–52. Universidad Nacional de Córdoba (1987).
- [5] J. O. Boggino y R. J. Miatello. Geometría hiperbólica II. *Revista de Educación Matemática* 3. Nro. 2, 47–62. Universidad Nacional de Córdoba (1987).
- [6] N. P. Kisbye. El plano de Poincaré. <http://www.famaf.unc.edu.ar/publicaciones/publicaciones.html>.

**Aplicaciones de geometría riemanniana en inferencia estadística**

Lucas Guarracino, Jorge López y Patricia Giménez · FCEyN, Univ. Nac. de Mar del Plata

Bajo condiciones de regularidad estándares, una estructura de variedad Riemanniana  $M$  puede ser introducida para una familia paramétrica de distribuciones de probabilidad, donde el tensor métrico es dado por la matriz de información de Fisher y determina la geometría

toda cuando la conexión de Levi-Civita es usada. La medida de distancia inducida entre distribuciones de probabilidad puede ser utilizada para definir estimadores de mínima distancia y estadísticos de test de hipótesis relacionados.

En este trabajo estamos interesados en las aplicaciones de este enfoque geométrico para la obtención de estadísticos de tests de hipótesis. La hipótesis de interés puede ser descripta como una subvariedad  $N$  de  $M$ . La idea es encontrar dentro de  $M$  una geodésica desde un punto  $\hat{P}_n$  de  $M$  a la subvariedad  $N$ , donde  $\hat{P}_n$  es el estimador de máxima verosimilitud basado en una muestra aleatoria de tamaño  $n$ . Esto es, buscamos una curva en  $M$ , comenzando en  $\hat{P}_n$  y terminando en algún punto de  $N$ , de mínima longitud. Un test estadístico geodésico es entonces definido por el cuadrado de la longitud de arco minimizada y tiene asintóticamente una distribución chi-cuadrado bajo la hipótesis nula.

En particular, consideramos el problema de comparación de medias y varianzas de dos muestras normales independientes. Encontramos que el estadístico del test geodésico resulta en algunas situaciones equivalente al estadístico del test con distribución exacta, usualmente utilizado para estos problemas.

#### REFERENCIAS

- [1] Amari, S.L. (1985). *Differential-Geometrical Methods in Statistics*. Lecture Notes in Statistics. 28. Springer, New York.
- [2] Kass, R.E. (1989). *The Geometry of Asymptotic Inference*. Statistical Science, 1989, Vol. 4, 3, 188–234.
- [3] Skovgaard, L.T. (1984). *A Riemannian geometry of the multivariate normal model*. Scandinavian Journal of Statistics. 11, 211–223.

### Every shortest Hamiltonian path in $N$ -gons

Blanca I. Niel · Universidad Nacional del Sur, biniel@criba.edu.ar

Let us consider the network  $\mathcal{N}(K_n(\sqrt[n]{1}), D)$ , where  $K_n(\sqrt[n]{1})$  is the complete graph with vertices on the  $n$ -th roots of the unity and  $D = (d_{ij})$  is the  $n \times n$  matrix of the Euclidean distances between nodes. Herein, we deal with the *shortest non-cyclic Euclidean Hamiltonian paths*. In this disclosure, we pose a procedure to determine the Euclidean Hamiltonian cycles of order  $n$ , if they exist, under the pre-assignment of  $n$  internode Euclidean directed segments. The proposed methodology arises from the intrinsic geometry and the inherent arithmetics of the vertex locus. It allows us to single out every Hamiltonian path that resolves the  $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$  different shortest non-cyclic Euclidean Hamiltonian path problems in  $\mathcal{N}(K_n(\sqrt[n]{1}), (d_{ij})_{n \times n})$  networks. Regardless planar rotations and orientation, the uniqueness of the Hamiltonian Path that resolves these minimum paths in  $\mathcal{N}(K_n(\sqrt[n]{1}), (d_{ij})_{n \times n})$  networks is shown. As by product, the necessary condition abided by the Euclidean Hamiltonian cycles allows us to detect insoluble shortest Euclidean Hamiltonian paths under constrained lengths.

#### REFERENCIAS

- [1] D. Applegate, R. E. Bixby, V. Chavatal, and W. J. Cook. *Traveling Salesman Problem: A Computational Study*. Princeton University Press. (2006).
- [2] A. Kirillov. *On Regular Polygons, Euler's Function, and Fermat Numbers*. Kvant Selecta: Algebra and Analysis, I, 87–98, American Mathematical Society, Princeton University Press. (1999).
- [3] B. I. Niel, *Geometry of the Euclidean Hamiltonian suboptimal and optimal paths in the  $\mathcal{N}(K_n(\sqrt[n]{1}), (d_{ij})_{n \times n})$ 's networks*, Proc. VIII Dr. Antonio A. R. Monteiro Congress, (2006), 67–84.

- [4] B. I. Niel, W. A. Reartes, and N. B. Brignole. *Every Longest Hamiltonian Path in Odd  $N$ -gons*, Abstracts SIAM Conference on Discrete Mathematics, (2010), p. 42.

### Implementación de una transformación asociada a un homeomorfismo entre una región plana simplemente conexa y el disco unitario abierto

Antonio SÁNGARI, Cristina Egúez · Facultad de Cs. Exactas, Universidad Nacional de Salta

Construimos una transformación biyectiva conforme que convierte regiones  $\Omega$  simplemente convexas del plano (distintas del mismo plano) en el círculo unitario abierto  $U$ , y recíprocamente. En este trabajo consideramos dominios incluidos en el círculo unitario que contienen el origen y cuya frontera corta solamente una vez los rayos desde el origen. Para ello usamos el esquema de la demostración del Teorema de Riemann para transformaciones conformes, realizada por Koebe, que consiste en la construcción iterativa de regiones  $\Omega_1, \Omega_2, \dots$ , a partir de la región  $\Omega_0 = \Omega \subset U$ , generadas por una sucesión de funciones  $f_1, f_2, \dots$ , de modo que  $f_i(\Omega_{i-1}) = \Omega_i$ , y  $f_n \circ f_{n-1} \circ \dots \circ f_1$  converja a una transformación conforme  $f$  de  $\Omega$  sobre  $U$ . A su vez cada una de las funciones  $f_i$  es la composición de dos transformaciones bilineales y una raíz cuadrada. La demostración este teorema hace uso del hecho que toda función analítica que no se anula en  $\Omega$  admite una función raíz cuadrada también analítica en  $\Omega$ .

Planteamos una rotación al semiplano de la derecha que nos permite aplicar luego una raíz cuadrada analítica, y lograr así un homeomorfismo entre cualquier región propia del plano, simplemente conexa, y el disco unitario abierto, como observamos en la figura 1 para dominios convexos y en la figura 2 para dominios cóncavos.

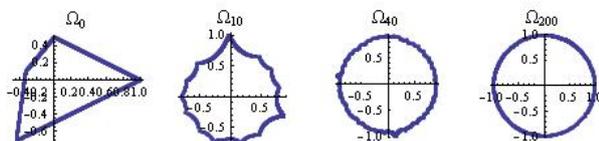


FIGURA 1. Dominio convexo

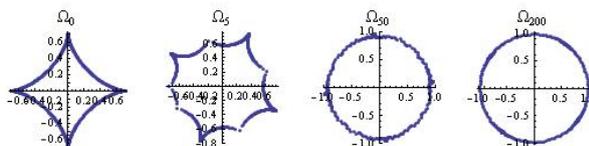


FIGURA 2. Dominio cóncavo

Elaboramos un paquete informático que construye cada una de las  $f_i$ , las aplica a la frontera de  $\Omega_{i-1}$  y obtiene la frontera de  $\Omega_i$ . Una vez concluida esta tarea, usando la transformación inversa, que también será conforme, podemos conseguir una transformación de  $U$  sobre  $\Omega$ .

#### REFERENCIAS

- [1] Egúez C., SÁNGARI A., Aplicación del algoritmo de Koebe a regiones simplemente convexas, Comunicaciones Científicas. UMA 2010.

- [2] Hilbert D. and Cohn-Vosen S., Geometry and the Imagination, Chelsea Publishing Company New York, 1990.
- [3] Nevanlinna R., Paatero V, Introduction to complex analysis. Addison Wesley Publishing Company, 1969.
- [4] Rudin W., Real and Complex Analysis, McGraw-Hill, 1992.

## Comunicaciones de Lógica

### Cuasivariiedades y permutabilidad de congruencias en álgebras de implicación de Łukasiewicz

Miguel Campercholi · FAMAF, Universidad Nacional de Córdoba

Diego Castaño y José P. Díaz Varela · Universidad Nacional del Sur

Las álgebras de implicación de Łukasiewicz son el  $\{\rightarrow, 1\}$ -subreducto de las  $MV$ -álgebras o de las álgebras de Wajsberg. Constituyen una variedad que puede definirse como la clase de todas las álgebras en el lenguaje  $\{\rightarrow, 1\}$  de tipo  $(2, 0)$  que verifican las siguientes identidades:

- (1)  $1 \rightarrow x \approx x$ ,
- (2)  $(x \rightarrow y) \rightarrow ((y \rightarrow z) \rightarrow (x \rightarrow z)) \approx 1$ ,
- (3)  $(x \rightarrow y) \rightarrow y \approx (y \rightarrow x) \rightarrow x$ ,
- (4)  $(x \rightarrow y) \rightarrow (y \rightarrow x) \approx y \rightarrow x$ .

Como parte del estudio de esta clase de álgebras, comenzamos dando una representación de las álgebras de implicación de Łukasiewicz finitas como crecientes en productos de cadenas finitas. Damos además para estas álgebras una caracterización de sus congruencias en términos de los coátomos del “esqueleto Booleano” de dichas álgebras y probamos asimismo que todas las imágenes homomorfas son retractos.

Combinando los resultados básicos obtenidos con un resultado sobre álgebras críticas de J. Gispert y A. Torrens [3] y la descripción de las álgebras libres dada por J. P. Díaz Varela [2], demostramos que todas las cuasivariiedades de álgebras de implicación de Łukasiewicz en realidad son variedades.

Finalmente, utilizando algunos resultados de D. Vaggione [4] caracterizamos las álgebras de implicación de Łukasiewicz que poseen permutabilidad de congruencias, siendo estas precisamente aquellas en las que todo par de elementos posee ínfimo. Damos también una caracterización estilo Nachbin para el caso finito.

Todos estos resultados aparecen en [1].

#### REFERENCIAS

- [1] M. Campercholi, D. Castaño, J. P. Díaz Varela, Quasivarieties and Congruence Permutability of Łukasiewicz Implication Algebras, to appear in *Studia Logica*.
- [2] J. P. Díaz Varela, Free Łukasiewicz Implication Algebras, *Arch. Math. Logic* **47** (1), 25–33, 2008.
- [3] J. Gispert, A. Torrens, Locally finite quasivarieties of  $MV$ -algebras, preprint.
- [4] D. Vaggione, Sheaf representation and Chinese remainder theorems, *Algebra Universalis* **29** (2), 232–272, 1992.

### Subálgebras de Heyting y de De Morgan Heyting

Valeria Castaño y Marcela Muñoz Santis · Universidad Nacional del Comahue

Las álgebras de De Morgan Heyting fueron estudiadas de manera independiente por A. Monteiro y H. Sankappanavar en [2] y [3], y son la contraparte algebraica del cálculo proposicional modal simétrico de Moisil.

La clase de las álgebras de Boole es un ejemplo familiar de álgebras de Heyting y es bien conocido que existe una correspondencia entre las subálgebras de un álgebra de Boole y ciertas relaciones de equivalencia definidas sobre su espacio Booleano (ver, por ejemplo, [4]). En este trabajo se extiende esta correspondencia tanto para la clase de las álgebras de Heyting como para la clase de las álgebras de De Morgan Heyting, es decir, se caracterizan las subálgebras de las álgebras de Heyting y las subálgebras de las álgebras de De Morgan Heyting definiendo ciertas relaciones de equivalencia sobre los espacios topológicos de sus respectivas representaciones tipo Priestley. La caracterización de las subálgebras maximales de las álgebras de Heyting finitas dada por M. Adams en [1] resulta como caso particular de nuestra caracterización.

#### REFERENCIAS

- [1] M. E. Adams, *Maximal subalgebras of Heyting algebras*; Proceeding of Edinburgh Mathematical Society (1986) 29, 359–365.
- [2] A. Monteiro, *Sur les algèbres de Heyting symétriques*, Portugaliae Mathematica; Vol. 39; (1980).
- [3] H. P. Sankappanavar, *Heyting Algebras with a Dual Lattice Endomorphism*, Zeitschr. f. math. Logik und Grundlagen d. Math., Bd. 33 (1987), 565–573.
- [4] S. Koppelberg, *Topological duality*, in Handbook of Boolean Algebras, Vol. 1 (J. D. Monk and R. Bonnet, Eds.), North-Holland, (1989), 95–126.

### Lax Algebras de Hilbert

Sergio A. Celani · CONICET y Universidad Nacional del Centro

Daniela Montangie · Universidad Nacional del Comahue

Un *núcleo* en un álgebra de Hilbert  $A$  es un operador unario  $\Box : A \rightarrow A$  que satisface las condiciones:

1.  $a \rightarrow \Box a = 1$ ,
2.  $\Box^2 a \rightarrow \Box a = 1$ ,
3.  $\Box(a \rightarrow b) \rightarrow (\Box a \rightarrow \Box b) = 1$ .

Una *Lax álgebra de Hilbert* es un par  $\langle A, \Box \rangle$  donde  $A$  es un álgebra de Hilbert y  $\Box$  es un núcleo. Esta variedad de álgebras corresponde a la semántica algebraica del fragmento  $\{\rightarrow, \Box\}$  del Cálculo Proposicional Intuicionista Modal  $\mathcal{P}\mathcal{L}\mathcal{L}$  llamado *Propositional Lax Logic*. El cálculo  $\mathcal{P}\mathcal{L}\mathcal{L}$  fue introducido y estudiado por M. Fairtlough y M. Mendler en [4]. La semántica algebraica de  $\mathcal{P}\mathcal{L}\mathcal{L}$  son álgebras de Heyting dotadas de un operador que satisface las ecuaciones anteriores y fueron estudiadas, entre otros autores, por D. S. Macnab en [3] y por G. Bezhanishvili y S. Ghilardi en [2]. En este último trabajo se demuestra que existe una fuerte conexión entre la noción de variedades de álgebras de Heyting cerradas bajo submarcos y variedades de álgebras de Heyting con núcleo. La variedad de las Lax álgebras de Hilbert es un caso particular de álgebras de Hilbert modales [1]. El objetivo principal de este trabajo es estudiar la noción de submarco en los espacios de Hilbert. Probamos que existe una correspondencia uno a uno entre las relaciones binarias que corresponden dualmente a estos operadores y submarcos de un espacio de Hilbert. De esta forma mostramos que toda variedad de álgebras de Hilbert es nuclear si y sólo si es una variedad cerrada bajo submarcos.

#### REFERENCIAS

- [1] S. A. Celani and D. Montangie, *Hilbert Algebras with modal operator  $\Box$* , preprint.

- [2] G. Bezhanishvili and S. Ghilardi, An algebraic approach to subframe logics. Intuitionistic case. *Annals of Pure and Applied Logic*, 147 (2007), 84–100.
- [3] D. S. Macnab, Modal operators on Heyting algebras. *Algebra Universalis*, 12 (1981), 5–29.
- [4] M. Fairtlough and M. Mendler, Propositional Lax logic. *Information and Computation* 137 (1997), 1–33.

### MV-álgebras monádicas de ancho $k$

C. Cimadamore y J. P. Díaz Varela · Universidad Nacional del Sur, INMABB-CONICET

Las MV-álgebras monádicas fueron introducidas y estudiadas por J. D Rutledge [2] como un modelo algebraico del cálculo de predicados (monádico) de la lógica infinito-valuada de Łukasiewicz. Rutledge llamó a las MV-álgebras monádicas con el nombre de álgebras de Chang monádicas. Un álgebra  $\mathbf{A} = \langle A; \oplus, \neg, \forall, 0 \rangle$  de tipo  $(2, 1, 1, 0)$  se dice una MV-álgebra monádica si  $\langle A; \oplus, \neg, 0 \rangle$  es una MV-álgebra [1] y  $\forall$  satisface ciertas identidades.

En este trabajo introduciremos un conjunto de subvariedades de la variedad  $\mathcal{M}\mathcal{M}\mathcal{V}$  de las MV-álgebras monádicas. Estas subvariedades son las subvariedades generadas por las álgebras  $[0, 1]^k = \langle [0, 1]^k; \oplus, \neg, \forall, 0 \rangle$ , donde  $k$  es un entero positivo, las operaciones  $\oplus$ ,  $\neg$  y  $0$  se definen componente a componente usando las operaciones correspondientes de la MV-álgebra  $[0, 1]$ , y  $\forall_{\wedge}(a)$  está definido mediante la  $k$ -upla constante  $(\forall_{\wedge} a)(i) = \inf_{1 \leq j \leq k} \{a(j)\}$ , para todo  $i$ ,  $1 \leq i \leq k$ . Daremos una base ecuacional para cada una de estas subvariedades. Demostraremos que dichas subvariedades forman una cadena cuya unión genera la variedad  $\mathcal{M}\mathcal{M}\mathcal{V}$ , e indicaremos varias de sus propiedades.

#### REFERENCIAS

- [1] Roberto L. O. Cignoli, Itala M. L. D’Ottaviano, and Daniele Mundici. Algebraic foundations of many-valued reasoning, volume 7 of Trends in Logic, Studia Logica Library. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2000.
- [2] D Rutledge, J. A preliminary investigation of the infinitely many-valued predicate calculus. PhD thesis, Cornell University, 1959.

### Álgebras de semi-Heyting equivalentes por términos a las álgebras de Heyting lineales

Juan Manuel Cornejo · Universidad Nacional del Sur

Las álgebras de semi-Heyting fueron introducidas como una nueva clase ecuacional por H. P. Sankappanavar en [1]. Estas álgebras representan una generalización de las álgebras de Heyting.

Un álgebra  $\mathbf{L} = \langle L, \vee, \wedge, \rightarrow, 0, 1 \rangle$  se dice un *álgebra de semi-Heyting* si satisface las siguientes condiciones:

- (SH 1)  $\langle L, \vee, \wedge, 0, 1 \rangle$  es un reticulado con 0 y 1.
- (SH 2)  $x \wedge (x \rightarrow y) \approx x \wedge y$ .
- (SH 3)  $x \wedge (y \rightarrow z) \approx x \wedge [(x \wedge y) \rightarrow (x \wedge z)]$ .
- (SH 4)  $x \rightarrow x \approx 1$ .

Observemos que si reemplazamos el axioma (SH 4) por  $(x \wedge y) \rightarrow x \approx 1$  obtenemos una base ecuacional para las álgebras de Heyting. Notaremos  $\mathcal{S}\mathcal{H}$  la variedad de las álgebras de semi-Heyting.

En [1] el autor demuestra que estas nuevas álgebras mantienen algunas propiedades de la clase ecuacional de las álgebras de Heyting. Pero, al mismo tiempo, las álgebras de semi-Heyting presentan diferencias bien remarcadas. Por ejemplo, la implicación sobre un álgebra de semi-Heyting  $\mathbf{L}$  no está determinada por el orden del reticulado de  $\mathbf{L}$ .

Diremos que  $\mathbf{L} \in \mathcal{SH}$  es una *cadena de semi-Heyting* si el reticulado subyacente de  $\mathbf{L}$  es totalmente ordenado. La subvariedad generada por las cadenas de semi-Heyting será notada  $\mathcal{L}$  y llamaremos *álgebra de semi-Heyting lineal* a toda álgebra  $\mathbf{L} \in \mathcal{L}$ .

Consideraremos tres subvariedades de  $\mathcal{L}$  en las cuales  $x \rightarrow y \in \{1, x, y\}$  para todo  $x < y$ . La primera de ellas es la subvariedad  $\mathcal{L}_{\mathcal{H}}$ , generada por las cadenas de semi-Heyting que satisfacen que si  $x < y$  implica que  $x \rightarrow y = 1$  (*álgebras de Gödel* o *álgebras de Heyting lineales*). En segundo lugar, consideraremos la subvariedad  $\mathcal{L}_{Com}$ , generada por las cadenas de semi-Heyting que satisfacen que si  $x < y$  entonces  $x \rightarrow y = x$  (*álgebras de semi-Heyting conmutativas lineales*). Finalmente, tendremos la subvariedad de  $\mathcal{L}$  generada por las cadenas de semi-Heyting en las cuales  $x < y$  implica que  $x \rightarrow y = y$ . Esta subvariedad será notada  $\mathcal{L}_V$  ya que satisface que para  $x < y$ ,  $x \rightarrow y = x \vee y$ .

El principal objetivo de este trabajo es probar que  $\mathcal{L}_{Com}$  y  $\mathcal{L}_V$  son las únicas subvariedades equivalentes por términos a la variedad de las álgebras de Gödel  $\mathcal{L}_{\mathcal{H}}$ . Además investigaremos la menor subvariedad de  $\mathcal{L}$  que contiene a  $\mathcal{L}_{Com}$ ,  $\mathcal{L}_{\mathcal{H}}$  y  $\mathcal{L}_V$ . Encontraremos para esta una base ecuacional y determinaremos su reticulado de subvariedades.

#### REFERENCIAS

- [1] Sankappanavar, Hanamantagouda P. *Semi-Heyting algebras: an abstraction from Heyting algebras*. Proceedings of the 9th “Dr. Antonio A. R. Monteiro” Congress, 33–66, Actas Congr. “Dr. Antonio A. R. Monteiro”, Univ. Nac. del Sur, Bahía Blanca, 2008.

### Determinación de las $MMI_3$ -álgebras libres con un número finito de generadores

Rosana V. Entizne, Luiz F. Monteiro, Sonia Savini · Universidad Nacional del Sur

Ignacio D. Viglizzo · Universidad Nacional del Sur y CONICET

El concepto de  $MMI_3$ -álgebra es una generalización de las álgebras de Tarski monádicas consideradas por A. Monteiro y L. Iturrioz [3] y un caso particular de la noción de  $MMI_{n+1}$ -álgebras desarrollada por A. Figallo [1]. También pueden verse como álgebras de Łukasiewicz trivalentes monádicas[4] sin primer elemento. Usando este punto de vista, y las extensiones monádicas libres desarrolladas en [5], indicamos una construcción de las  $MMI_3$ -álgebras libres con un número finito de generadores y obtenemos las coordenadas de un conjunto de generadores. Este método es distinto al que A. Figallo, A. Suardíaz y A. Ziliani usan en [2] para determinar el número de elementos de la  $MMI_3$ -álgebra con un conjunto finito de  $n$  generadores libres.

#### REFERENCIAS

- [1] Aldo V. Figallo. *Álgebras implicativas de Łukasiewicz  $(n+1)$ -valuadas con diversas operaciones adicionales*. Tesis Doctoral. Univ. Nac. del Sur, 1990.
- [2] Aldo V. Figallo, Ana Suardíaz, and Alicia Ziliani. Free  $MMI_3$ -algebras. In *Proceedings of the IX Latin American Symposium on Mathematical Logic, Part 2 (Bahía Blanca, 1992)*, volume 39 of *Notas Lógica Mat.*, 185–199, Bahía Blanca, 1994. Univ. Nac. del Sur.

- [3] Antonio Monteiro and Luisa Iturrioz. Representación de álgebras de Tarski monádicas. *Revista de la Unión Matemática Argentina*, 19(5):361, 1962.
- [4] L. Monteiro. *Álgebras de Lukasiewicz trivalentes monádicas*. Notas de Lógica Matemática. INMABB - UNS - CONICET, Bahía Blanca, 1974.
- [5] Ignacio Viglizzo. Free monadic three-valued Lukasiewicz algebras. *Rev. Un. Mat. Argentina*, 41(2):109–117, 1998.

### **Propiedad de modelo finito para la variedad de $S$ -álgebras**

J. L. Castiglioni · Facultad de Ciencias Exactas, UNLP

H. J. San Martín · Facultad de Ciencias Exactas, UNLP – CONICET

En [3] Kuznetsov introdujo una operación sobre las álgebras de Heyting como un intento para construir una versión intuicionista de la lógica de la demostrabilidad (provability logic) de Gödel-Löb, que formaliza el concepto de demostrabilidad en la Aritmética de Peano. Esta operación unaria, que será llamada *sucesor*, también fue estudiada por Caicedo y Cignoli en [1] y por Esakia en [2]. En particular, Caicedo y Cignoli la consideran como un ejemplo de operación implícita compatible sobre las álgebras de Heyting.

Un álgebra de Heyting que admite sucesor (como parte del lenguaje de la misma) será denominada  $S$ -álgebra. En el presente trabajo probaremos que la variedad de  $S$ -álgebras está generada por sus miembros finitos y que en consecuencia, el cálculo asociado a dicha variedad posee la propiedad de modelo finito.

#### REFERENCIAS

- [1] Caicedo X. and Cignoli R., *An algebraic approach to intuitionistic connectives*. Journal of Symbolic Logic, 66, No. 4, 1620–1636, 2001.
- [2] Esakia L., *The modalized Heyting calculus: a conservative modal extension of the Intuitionistic Logic*. Journal of Applied Non-Classical Logics. Vol. 16, No. 3-4, 349–366, 2006.
- [3] Kuznetsov, A.V., *On the Propositional Calculus of Intuitionistic Provability*, Soviet Math. Dokl. vol. 32, 18–21, 1985.